

Aucun document ou support autre que le sujet ou les copies d'examen n'est autorisé.
 (la copie ou les brouillons du voisin ne sont pas des supports autorisés).
 Éteignez impérativement vos mobiles.

Lorsque des calculs sont nécessaires, il est impératif de les présenter sur la feuille d'examen. Il est aussi nécessaire de **justifier** ses réponses.

1 Exercice

Soit les mots de 8 bits suivants $m_1 = 11111101$ et $m_2 = 00011000$.

1. S'il s'agit de nombres **non signés** sur 8 bits, quelles sont leurs valeurs exprimées en base 10 et 16 ?
2. S'il s'agit de nombres **signés** en complément à deux sur 8 bits, quelles sont leurs valeurs exprimées en base 10 ?
3. S'il s'agit de nombres **non signés** nombres non signés sur 8 bits, calculer leur somme ($m_1 + m_2$) et leur soustraction ($m_1 - m_2$).
4. S'il s'agit de nombres **non signés** sur 8 bits calculer leur produit en base 2 (le résultat doit être sur 16 bits). Comment s'écrit le résultat en base 16 ?

2 Exercice

Soit l'alphabet composé des 10 caractères suivant : a, b, c, d, e, f, g, h, i et X. Et soit le tableau de leurs fréquences associées et exprimées en pourcentage obtenues par une analyse statistique de divers textes écrits dans une certaine langue utilisant cet alphabet :

a	b	c	d	e	f	g	h	i	X
6,28	1,99	2,98	5,04	16,92	1,62	3,12	4,51	7,42	50,12

Répondre aux questions suivantes :

1. Si l'on utilise un codage binaire de taille fixe pour chaque lettre employée, indiquer la longueur minimale du codage des caractères.
2. Quelle serait la taille du `cadeauXeauXbeauXfaXdagXhead` encodé de cette façon ?
3. Construire un arbre de Huffman pour l'alphabet et pour les fréquences données.
4. Donner le codage de Huffman obtenu pour le début du texte, soit `cad`.
5. Quelle serait la longueur du texte `cadeauXeauXbeauXfaXdagXhead` encodé à l'aide du code de Huffman obtenu ?
6. Quel est le taux de compression obtenu en comparant avec l'encodage ASCII ? Avec l'encodage binaire de taille fixe obtenu à la première question ?

3 Exercice

Vos enseignants ont décidé de communiquer avec vous à l'aide d'un système cryptographique primitif. L'idée est de réaliser quelques opérations élémentaires sur les bits qui constituent un caractère (Java) à transmettre. Le bit de poids faible reste identique. Chaque autre bit est mélangé au bit de poids faible à l'aide d'un ou-exclusif \oplus , puis combiné toujours à l'aide du ou-exclusif avec un 1. Plus formellement, le bit b_p de rang $p > 0$ est codé par la fonction $(b_p \oplus b_0) \oplus 1$:

$$\boxed{\dots \mid b_p \mid \dots \mid b_1 \mid b_0} \longrightarrow \boxed{\dots \mid 1 \oplus b_p \oplus b_0 \mid \dots \mid 1 \oplus b_1 \oplus b_0 \mid b_0}$$

Le message originel est le suivant : `char [] message = { 0x75, 0x6e, 0x69, 0x76, 0x70, 0x37 };`.

1. Sachant que, dans la table ASCII, le caractère `a` correspond à la valeur $97_{(10)}$ et que `0` correspond à 48_{10} , quel est le message ?
2. On affirme que la fonction de décodage est exactement celle employée pour le codage. Justifier.
3. Choisir deux valeurs différentes dans la suite et donner leur valeur en binaire.
4. Coder les deux valeurs choisies en utilisant le codage indiqué et donner les valeurs obtenues exprimées en binaire.
5. Écrire une fonction Java qui prend en paramètre un caractère et renvoie son codage/décodage. Son prototype devra être `char code(char c)`. Elle s'emploiera ainsi :

```
char [] message = { 0x75, 0x6e, 0x69, 0x76, 0x70, 0x37 };
String s = new String(message);
System.out.println(s);
char [] codé = new char[message.length];
for (int i=0; i<codé.length; i++) {
    codé[i] = code(message[i]);
}
s = new String(codé);
System.out.println(s);
```

Préciser avec soin comment la fonction de codage/décodage est implémentée.

4 Exercice

On cherche à réaliser le système de contrôle d'un distributeur de boissons qui fonctionne ainsi :

- le distributeur possède 4 entrées : eau froide (B_{ef}), café (B_c) et thé (B_t), et une entrée correspondant à un jeton permettant (éventuellement) d'obtenir une boisson (J).
 - pour obtenir de l'eau froide il ne faut pas insérer de jeton, mais pour toute autre boisson il en faut nécessairement un.
 - les seules boissons autorisées sont : eau froide (appuyer uniquement sur «eau froide»), café froid (appuyer uniquement sur «eau froide» et «café»), café chaud (appuyer uniquement sur «café») et thé chaud (appuyer uniquement sur «thé»).
 - à chaque ingrédient (eau chaude, eau froide, café et thé) correspond une électro-vanne E_{ec} , E_{ef} , E_c et E_t .
1. Écrire les formules logiques sous forme de forme normale disjonctive (FND) de chaque électro-vanne E_{ec} , E_{ef} , E_c et E_t , en fonction de B_{ef} , B_c , B_t et J . Si un bouton est pressé sa variable est «vrai», «faux» sinon. Une électro-vanne permet d'obtenir l'ingrédient lorsque sa fonction logique est «vrai», «faux» sinon.
 2. Donner le tableau de Karnaugh pour la fonction logique associée à chaque électro-vanne.
 3. Simplifier les formules à l'aide des tableaux, lorsque c'est possible.
 4. Fabriquer un circuit dont les entrées correspondent aux 4 entrées et les sorties aux 4 électro-vannes.
 5. On se propose de rajouter une fonction de remboursement qui permet à l'utilisateur de voir son jeton retomber si sa commande ne correspond à rien. La fonction correspondante est R . Exprimer R en FND, puis la simplifier à l'aide d'un tableau de Karnaugh.