Université Paris 7 - Paris Diderot, 2014-2015 L1 Informatique

**Principes de fonctionnement des machines binaires**
Aide mémoire sur le (dé)codage des nombres en machines.

## Les entiers non signés.

Lorsque l'on considère des entiers **non signés**, la représentation en machine correspond à la représentation en base 2 sur $n$ bits.
**Exemple pour** $n = 8$ **:** 34 s'écrit 100010. Cela donnera donc le codage `00100010`, 252 s'écrit 11111100 et sera donc représenté par `11111100`.

---

## Les entiers signés.

Dans on décrit un codage en complément à 2 sur $n$ bits d'un entier signé $v$. On donnera les exemples pour 8 bits (un octet).
Si $v > 2^{n-1} - 1$ ou si $v < -2^{n-1}$, ce n'est pas possible de le représenter avec $n$ bits en complément à 2 (**exemple pour** $n = 8$ **:** 130, 128, -129,-1000, 300,...).

### Comment coder en complément à 2

• Si $2^{n-1} - 1 \geq v \geq 0$, on utilise la méthode des divisions successives pour trouver la représentation en base 2 de $v$... On complète cette représentation par des `0` à gauche pour obtenir un mot de $n$ bits.
**Exemple pour** $n = 8$ **et** 34 : 34 s'écrit 100010. Cela donnera donc le codage `00100010`.

• Si $-2^{n-1} \leq v < 0$ : (1) Prendre le codage `w` de $|v|$ en base 2, (2) inverser ($0 \to 1$ et $1 \to 0$) tous les bits de `w` pour obtenir `w'`, et (3) ajouter 1 à `w'`.
**Exemple pour** $n = 8$ **et** $v = -34$ : on part du codage de 34, donc `00100010`, on inverse les bits et on obtient `11011101` et on ajoute 1, ce qui donne : `11011110`.

**Variante :** on prend le codage de $|v|$ en base 2, et on inverse tous les bits sauf le 1 situé le plus à droite et tous les 0 situés à sa droite. Pour $-34$, on prend le codage de 34, `00100010` et on inverse la partie soulignée, ce qui donne : `11011110`.

**Autre méthode :** on écrit la représentation en base 2 de $2^n - |v|$. Pour $n = 8$ et $-34$, on prend donc le codage binaire de $256 - 34 = 222$ et cela donne `11011110`.

### Comment décoder le complément à 2

Soit `w` le codage en complément à 2 sur $n$ bits d'un entier.
• Si `w` s'écrit `0w'` (donc si le bit de poids fort de `w` est 0), ce codage décrit un entier positif, il suffit de prendre la valeur de son codage en base 2.
**Exemple pour** $n = 8$ **et** `w=00101110` : On a $(101110)_2 = 46$, `w` représente 46.

• Si `w` s'écrit `1w'` (donc si le bit de poids fort de `w` est 1), ce codage décrit un entier négatif $v$.
Comment trouver $|v|$ ? Deux manières :

— Comme `1w'` correspond au nombre $2^n - v$ en base 2 (par définition du complément à 2), on en déduit que $|v|$ est $2^n - (1w')_2$.
**Exemple pour** $n = 8$ **et** `w=11101110` : On a $(11101110)_2 = 238$, et donc $v = 256 - 238 = 18$, et donc `w` représente -18.

— on inverse tous les bits de `1w'`, on obtient `0w''` et $|v|$ est alors $(0\bar{w'})_2+1$.
**Exemple pour** $n = 8$ **et** `w=11101110` : On a $(00010001)_2 = 17$, et donc $v = 17 + 1 = 18$, et donc `w` représente -18.

## Exemples de codage/décodage

| valeur de l'entier **signé** | mot de 8 bits | valeur de l'entier **non signé** |
|---|---|---|
| $-128$ | 10000000 | 128 |
| $-127$ | 10000001 | 129 |
| $-126$ | 10000010 | 130 |
| $-125$ | 10000011 | 131 |
| $-124$ | 10000100 | 132 |
| $-123$ | 10000101 | 133 |
| $-122$ | 10000110 | 134 |
| $-121$ | 10000111 | 135 |
| $-120$ | 10001000 | 136 |
| | ... | |
| $-10$ | 11110110 | 246 |
| $-9$ | 11110111 | 247 |
| $-8$ | 11111000 | 248 |
| $-7$ | 11111001 | 249 |
| $-6$ | 11111010 | 250 |
| $-5$ | 11111011 | 251 |
| $-4$ | 11111100 | 252 |
| $-3$ | 11111101 | 253 |
| $-2$ | 11111110 | 254 |
| $-1$ | 11111111 | 255 |
| 0 | 00000000 | 0 |
| 1 | 00000001 | 1 |
| 2 | 00000010 | 2 |
| 3 | 00000011 | 3 |
| 4 | 00000100 | 4 |
| 5 | 00000101 | 5 |
| 6 | 00000110 | 6 |
| 7 | 00000111 | 7 |
| 8 | 00001000 | 8 |
| 9 | 00001001 | 9 |
| 10 | 00001010 | 10 |
| | ... | |
| 122 | 01111010 | 122 |
| 123 | 01111011 | 123 |
| 124 | 01111100 | 124 |
| 125 | 01111101 | 125 |
| 126 | 01111110 | 126 |
| 127 | 01111111 | 127 |

| valeur de l'entier **signé** | mot de 16 bits | valeur de l'entier **non signé** |
|---|---|---|
| $-32768$ | 10000000 00000000 | 32768 |
| $-32767$ | 10000000 00000001 | 32769 |
| $-32766$ | 10000000 00000010 | 32770 |
| $-32765$ | 10000000 00000011 | 32771 |
| $-32764$ | 10000000 00000100 | 32772 |
| $-32763$ | 10000000 00000101 | 32773 |
| $-32762$ | 10000000 00000110 | 32774 |
| $-32761$ | 10000000 00000111 | 32775 |
| $-32760$ | 10000000 00001000 | 32776 |
| | ... | |
| $-10$ | 11111111 11110110 | 65526 |
| $-9$ | 11111111 11110111 | 65527 |
| $-8$ | 11111111 11111000 | 65528 |
| $-7$ | 11111111 11111001 | 65529 |
| $-6$ | 11111111 11111010 | 65530 |
| $-5$ | 11111111 11111011 | 65531 |
| $-4$ | 11111111 11111100 | 65532 |
| $-3$ | 11111111 11111101 | 65533 |
| $-2$ | 11111111 11111110 | 65534 |
| $-1$ | 11111111 11111111 | 65535 |
| 0 | 0000000 000000000 | 0 |
| 1 | 0000000 000000001 | 1 |
| 2 | 0000000 000000010 | 2 |
| 3 | 0000000 000000011 | 3 |
| 4 | 0000000 000000100 | 4 |
| 5 | 0000000 000000101 | 5 |
| 6 | 0000000 000000110 | 6 |
| 7 | 0000000 000000111 | 7 |
| 8 | 0000000 000001000 | 8 |
| 9 | 0000000 000001001 | 9 |
| 10 | 0000000 000001010 | 10 |
| | ... | |
| 32762 | 01111111 11111010 | 32762 |
| 32763 | 01111111 11111011 | 32763 |
| 32764 | 01111111 11111100 | 32764 |
| 32765 | 01111111 11111101 | 32765 |
| 32766 | 01111111 11111110 | 32766 |
| 32767 | 01111111 11111111 | 32767 |