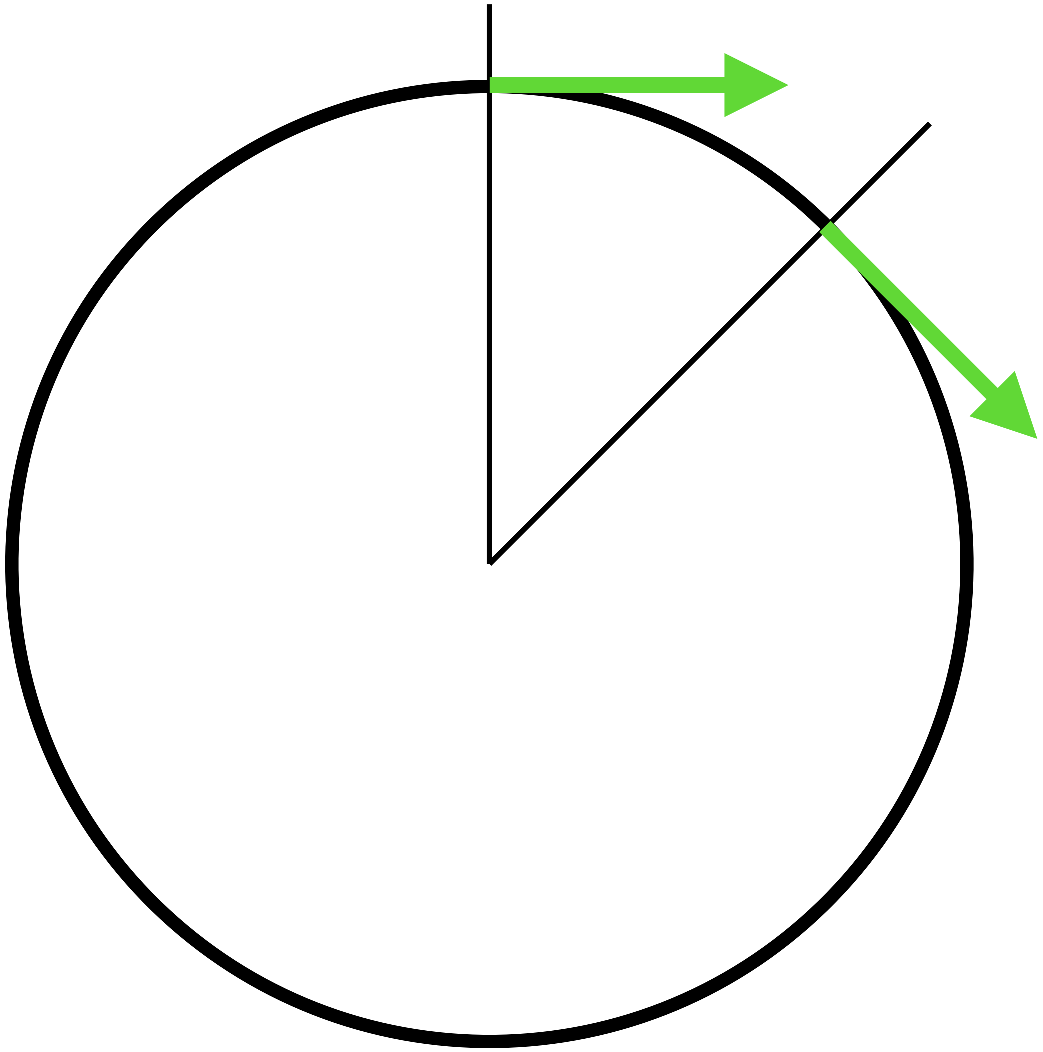
Informatique Graphique
Dessiner des cercles

Jean-Baptiste.Yunes@univ-paris-diderot.fr

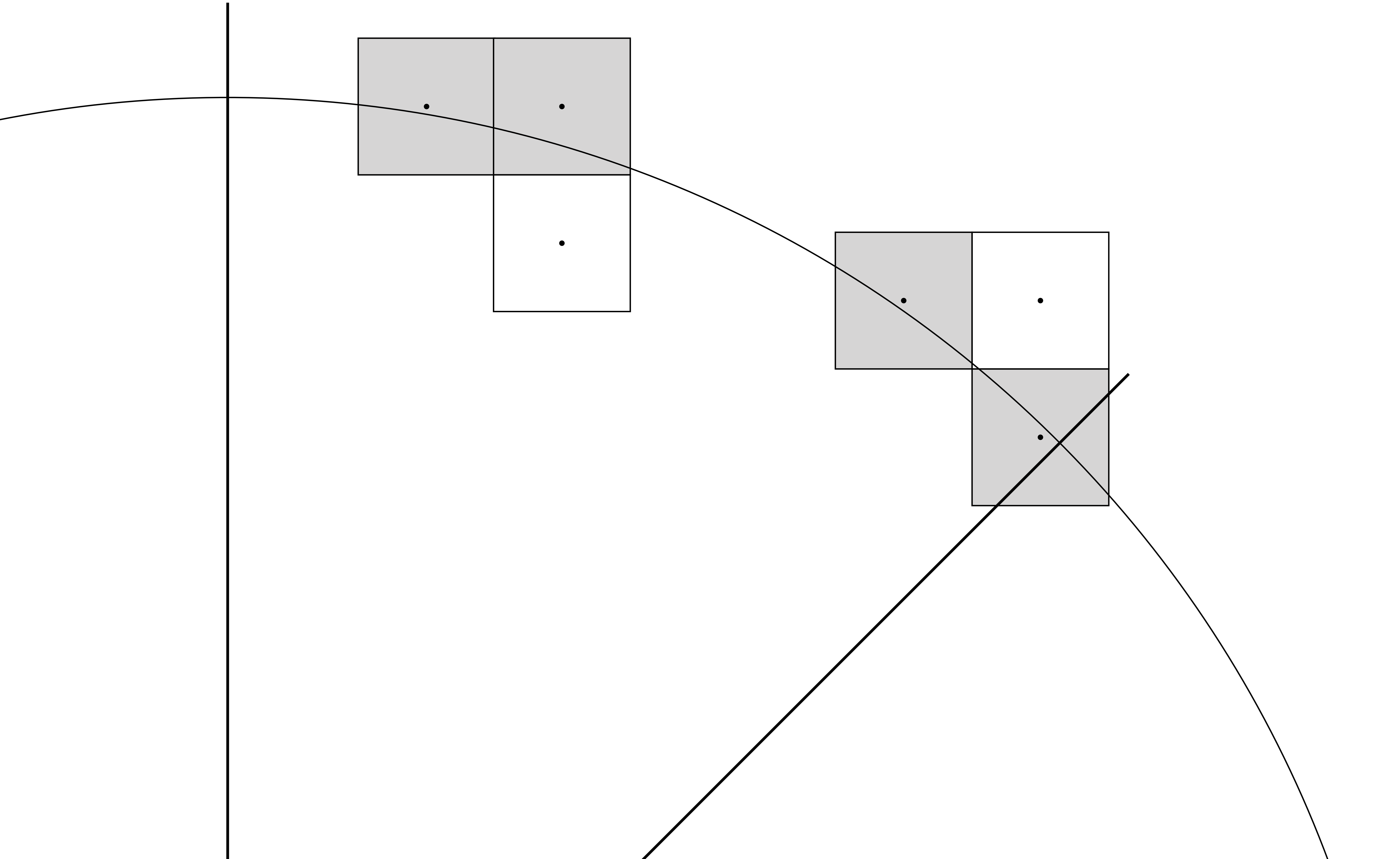
9/2018

- Comment dessiner un cercle ?
  - Éventuellement de façon efficace…
- Et bien de la même façon qu’une droite
  - même idée…

- Pour une droite, notre choix à chaque étape était de déterminer s’il fallait rester sur la même ligne (pente approximée 0) ou passer à la ligne du dessus (pente approximée 0.5)
  - à condition de se ramener dans le bon octant
- C’est pareil pour un cercle
  - dans le second octant
    la pente varie entre 0 et -0.5
- Dans la suite le rayon du cercle sera noté R



- On peut donc se ramener au second octant
  - avec x variant dans [0,R*cos(π/4)]
    - attention, il y a nécessairement une approximation au point «terminal» de l'itération R*cos(π/4) n'est pas nécessairement entier
  - et pour chaque point dessiné, il faut décider si l'on change de ligne ou pas
  - il suffit de comparer les erreurs induites par les deux situations possibles



- Au point x,y la distance à 0 est $d=sqrt(x^2+y^2)$

- L’erreur est $d-r$ (>0 au-dessus et <0 en dessous)

- On ne cherche qu’à comparer les erreurs, on cherche le point le plus proche, la valeur absolue suffit donc $|d-r|$

- Comme on ne fait que comparer et que les distances sont positives, on peut se débarrasser des racines carrées car $|d-r|<|d'-r|$ ssi $|d^2-r^2|<|d'2-r^2|$

$e(x, y) = \left| x^2 + y^2 - r^2 \right|$

$e(x+1, y) = \left| (x+1)^2 + y^2 - r^2 \right|$

$e(x+1, y-1) = \left| (x+1)^2 + (y-1)^2 - r^2 \right|$

- si |e(x+1,y)| < |e(x+1,y-1)|
  alors Pi+1=(x+1,y)
  sinon Pi+1=(x+1,y-1)

- $|a| < |b| \iff \sqrt{a^2} < \sqrt{b^2} \iff a^2 < b^2$

- $e(x+1, y)^2 < e(x+1, y-1)^2$
  $\left[(x+1)^2 + y^2 - r^2\right]^2 < \left[(x+1)^2 + (y-1)^2 - r^2\right]^2$
- $\left[x^2 + 2x + 1 + y^2 - r^2\right]^2 < \left[x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 - r^2\right]^2$
  $\left[x^2 + y^2 - r^2 + 2x + 1\right]^2 < \left[x^2 + y^2 - r^2 + 2x + 1 - 2y + 1\right]^2$
- $\left[e(x, y) + 2x + 1\right]^2 < \left[e(x, y) + 2x + 1 - 2y + 1\right]^2$
  $\left[e(x, y) + 2x + 1\right]^2 < \left[e(x, y) + 2x + 1\right]^2 + 2\left[e(x, y) + 2x + 1\right](-2y + 1) + (-2y + 1)^2$
- $0 < 2\left[e(x, y) + 2x + 1\right](-2y + 1) + (-2y + 1)^2$
  $0 < (-2y + 1)\left[2(e(x, y) + 2x + 1) + (-2y + 1)\right]$
- $0 > 2\left[e(x, y) + 2x + 1\right] + (-2y + 1)$

- si $0 > 2(e(x, y) + 2x + 1) + (-2y + 1)$
  alors Pi+1=(x+1,y) $e(x+1,y) = e(x, y) + 2x + 1$
  sinon Pi+1=(x+1,y-1) $e(x+1,y-1) = e(x, y) + 2x + 1 - 2y + 1$

- L’algorithme peut être synthétisé en (pseudo code)

```
arcSecondOctant( int r ) {
  int e = 0, x = 0, y = r
  int dx = 2x+1, dy = -2y+1
  while (y≥x) {
    set(x,y)
    if ( 2(e+dx)+dy<0) {
      x += 1, e += dx, dx += 2
    } else {
      x += 1, y -= 1, e += dx+dy, dx += 2, dy += 2
    }
  }
}
```

- L’algorithme peut être synthétisé en

```
arcSecondOctant( int r ) {
  int e = 0, x = 0, y = r
  int dx = 2x+1, dy = -2y+1
  while (y≥x) {
    set(x,y)
    x+=1, e+=dx, dx+=2
    if ( 2e+dy≥0) {
     y-=1, e+=dy, dy+=2
    }
  }
}
```

- Références
  - A linear algorithm for incremental digital display of circular arcs
    Jack E. Bresenham
    1977, Communication of the ACM, Vol. 20, No. 2