

Aucun document ou support autre que le sujet ou les copies d'examen n'est autorisé.  
(la copie ou les brouillons du voisin ne sont pas des supports autorisés).  
Éteignez impérativement vos mobiles.

Lorsque des calculs sont nécessaires, il est impératif de les présenter sur la feuille d'examen. Il est aussi nécessaire de **justifier** ses réponses.

## 1 Exercice

Soit le mot 11001011 de 8 chiffres binaires.

1. À quel nombre décimal correspond-il si l'on considère qu'il est écrit en utilisant la représentation non signée ?
2. Même question si l'on considère la représentation signée en complément à deux.
3. Dans le cas de la représentation signée en complément à deux, quelle est la représentation de sa valeur absolue ?
4. Dans la représentation signée en complément à deux quelle serait son écriture sur 12 bits ?

## 2 Exercice

En explorant la planète KDHS23, des robots ont retrouvé deux documents créés par la civilisation  $\sigma\alpha\delta\omega\kappa\omega$ . L'un des deux documents numériques est assez petit tandis que l'autre est très long. Les robots ont été chargés d'analyser le premier document et en ont déduit que les habitants utilisaient essentiellement un alphabet à quatre lettres  $\Sigma = \{g, b, z, m\}$ . La transcription du petit document est : *ggbzmbzmbzzmzgqz*.

On souhaite utiliser les informations présentes dans ce texte afin de transmettre le plus volumineux des deux de façon plus efficace que l'envoi brut de ses caractères. La société VERTE<sup>®</sup>, opérateur de transmission entre KDSH23 et TRR1, facture très cher les transmissions il a donc été décidé de tenter de compresser le second document en utilisant les caractéristiques du premier. Vous êtes chargé de cette tâche et pour cela vous devez apporter des réponses aux questions suivantes :

1. Si on utilise le codage naturel de cet alphabet en mots binaires de longueur fixe, quelle serait la longueur (fixe) des mots du code ?
2. Dans le petit document, avec quelle fréquence les lettres sont-elles employées ?
3. Construisez l'arbre de Huffman correspondant.
4. Indiquez pour chaque lettre de l'alphabet  $\Sigma$  quel sera son codage optimisé à l'aide de l'arbre de Huffman.
5. Codez le texte d'origine avec le code de Huffman obtenu.
6. Comparez le nombre de bits qu'il faut envoyer pour transmettre le premier texte avec le codage naturel et avec le codage de Huffman. Calculer le taux de compression obtenu.
7. Sachant que le second texte respecte (à peu près) les fréquences observées dans le premier, que le second texte est de longueur 1000000, combien de bits seront à transmettre pour sa version compressée ?

## 3 Exercice

En fouillant les fonds marins de l'Ouest des États-Unis, des archéologues ont découvert une vallée en silicone enfouie à la suite d'un cataclysme de nature encore non déterminée. Des documents datant du XX<sup>e</sup> siècle qui décrivent un système de communication étonnant ont été retrouvés. On utilisait alors des fils de cuivre parcourant la terre entière afin d'envoyer des données sous forme d'impulsions électriques.

L'un des documents était très abîmé par les sels marins. Mais on a pu en retirer la description normalisant la représentation des lettres de l'alphabet par un codage binaire de 7 chiffres. Dans ce codage, dénommé ASCII, les lettres ont toutes un code qui respecte l'ordre naturel de l'alphabet. On a pu déterminer que la lettre A utilise le code 1000001. Le codage des chiffres décimaux respecte aussi leur ordre naturel et le codage du chiffre décimal 0 est 0110000.

L'autre document détaille le système CRC permettant de détecter des erreurs (très simples) de transmission en ajoutant en tête d'un mot binaire donné, un bit dit de contrôle permettant d'assurer que le nombre de 1 présents dans le mot obtenu au final est toujours pair (les documents parlent aussi d'un contrôle de parité). Un exemple est fourni pour le CRC de quelques mots variés :  $CRC(0101)=00101$ ,  $CRC(0111)=10111$ ,  $CRC(0110100010)=00110100010$ .

10NEZ, votre employeur, a décidé de monter une nouvelle attraction qui devrait faire son petit effet : le mega-retro-computing-park, vous êtes chargé des attractions ASCII et CRC et devez donc répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le codage ASCII du nom de la société pour laquelle vous travaillez ? C'est pour le futur logo du parc.
2. Utilisez le code CRC pour introduire un contrôle d'erreur sur chaque lettre du codage ASCII précédent. Donnez la suite complète des bits obtenus (CRC+ASCII).
3. Quel est le codage ASCII de vos initiales ? Indiquez quelles sont vos initiales avec précision !
4. Utilisez le code CRC pour introduire un contrôle d'erreur sur le message précédent.
5. Pour s'amuser, votre chef a décidé de communiquer avec vous en utilisant le système ASCII+CRC et vous envoie le message suivant : 01010000 11000110 10110011 11001111 01010101 01010000 11000110 10110010. Que pouvez-vous en dire ?

## 4 Exercice

La qualité de votre travail a été remarquée par votre précédent employeur (10NEZ, exercice précédent), il décide de vous confier une nouvelle mission. Il s'agit de construire une attraction (combinatoric-park) autour des circuits combinatoires. On rappelle que le bit de parité est un bit qui a la propriété de rendre pair le nombre de bits à 1 dans le mot obtenu au final (voir les exemples de l'exercice précédent).

1. Construisez la table de vérité de la fonction calculant le bit de parité de mots de 4 bits donnés en entrée.
2. Quelle est la forme normale disjonctive (FND) de la fonction précédente où à chaque bit d'entrée correspond une variable propositionnelle ?
3. L'expression obtenue est-elle simplifiable en utilisant la méthode des tableaux de Karnaugh ?
4. Concevez un circuit qui calcule la fonction et qui n'utilise que des portes ET, OU à deux entrées et des portes NON.
5. Concevez un circuit calculant la même fonction en utilisant uniquement des portes XOR à deux entrées.