

Aucun document ou support autre que le sujet ou les copies d'examen n'est autorisé.
 (la copie ou les brouillons du voisin ne sont pas des supports autorisés).
 Éteignez impérativement vos mobiles.

Lorsque des calculs sont nécessaires, il est impératif de les présenter sur la feuille d'examen. Il est aussi nécessaire de **justifier** ses réponses.

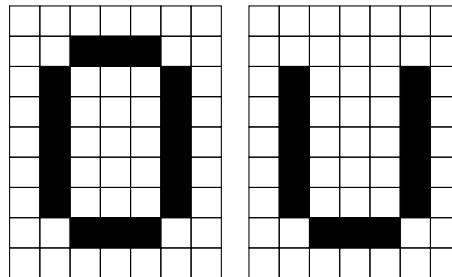
1 Exercice (arithmétique)

Soit les mots de 5 bits suivants $m_1 = 11010$ et $m_2 = 00110$.

1. S'il s'agit de nombres non signés sur 5 bits, quelles sont leurs valeurs exprimées en base 10 ? en base 4 ?
2. S'il s'agit de nombres signés en complément à deux sur 5 bits, quelles sont leurs valeurs exprimées en base 10 ?
3. S'il s'agit de nombres signés en complément à deux sur 5 bits, calculer leur somme en base 2 ?
4. S'il s'agit de nombres non signés sur 5 bits, calculer leur produit en base 2 (le résultat doit être sur 10 bits).
5. S'il s'agit de nombres signés en complément à deux sur 5 bits, donner leur écriture en complément à deux sur 7 bits.

2 Exercice (codage)

Soit la représentation, en image noir et blanc, des lettres O et U :



Dans la suite un pixel blanc sera représenté par le chiffre binaire 0 et un pixel noir par 1.

On rappelle que le principe du codage RLE (ici appliqué à des suites de 0 et 1) consiste à coder une suite de symboles identiques par leur longueur, par exemple 000000111 sera codé par 7, 3. Dans ce codage on considère que l'on commence toujours par des 0, donc le codage du mot 110000 sera codé 0, 2, 4. Dans la suite on supposera que les dimensions de l'image sont connues, ici (7x9).

1. Utiliser le codage RLE pour coder chacune des deux images en codant **indépendamment chaque ligne** et dans l'ordre de la première à la dernière et de gauche à droite. Fournir la suite des valeurs.
2. Si l'on code les entiers des suites obtenues comme des mots binaires de taille fixe, quelle sera la taille du code ? Quelle sera la taille du codage des deux suites (c'est-à-dire des deux images) ? Dans notre cas, ce codage permet-il de compresser les images ?
3. On peut remarquer que l'image du O est très similaire à celle de U. On souhaite donc coder la différence, pour cela on se propose d'utiliser l'opérateur ou-exclusif \wedge . Écrire une fonction Java qui étant donné deux images renvoie la nouvelle image «différence» par application de l'opérateur aux pixels respectifs des deux images. Le prototype de la fonction sera `int [][]difference(int [][]image1, int [][]image2);`.
4. Coder en RLE l'image différence.
5. Qu'est ce qui est plus économique : coder les deux images indépendamment, ou coder une image puis la différence entre la première et la seconde ?

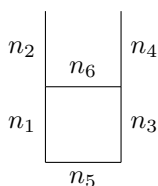
3 Exercice (compression et magie noire)

Des magiciens désireux de cacher leurs sombres activités ont inventé un langage utilisant 5 «lettres» : a, b, c, d et r. Ce qui leur permet d'écrire la célèbre formule «abracadabra». Un parchemin trouvé dans une cave révèle le texte suivant :

abracadabrabracabradaabrabracabradaaaabraabracabra

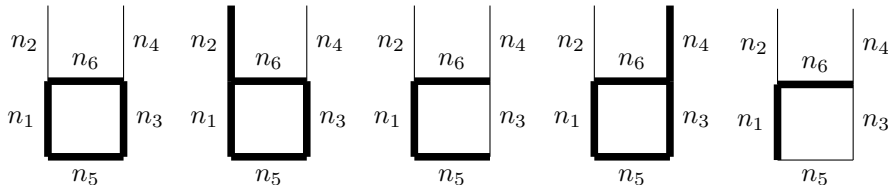
1. Combien de fois apparaissent chacune des lettres de l'alphabet maléfique?
2. Construire l'arbre de Huffman correspondant, en prenant soin de préciser les poids de chacun des nœuds, les lettres associées aux feuilles et les étiquettes des arcs.
3. À l'aide de cet arbre, coder la célèbre formule **abracadabra**
4. Si l'on avait utilisé un code de longueur fixe, quelle serait la taille minimale du codage de la formule **abracadabra** ?

4 Exercice (circuit, logique)



Soit l'afficheur 6 segments suivant :

permettant d'afficher respectivement les lettres a, b, c, d, et r de la façon suivante :



Un segment est affiché si la variable booléenne correspondante est 1 et 0 sinon. La lettre a sera représentée par le mot 000, la lettre b par 001, la lettre c par 010, la lettre d par 100 et la lettre r par 111. On notera les lettres du codage de la droite vers la gauche et de la façon suivante : l_2, l_1, l_0 .

1. Donner la table de vérité des fonctions pour les segments n_1, n_3, n_4 en fonction de l_0, l_1 et l_2 . On notera X les résultats non déterminés par la donnée du problème.
2. Utiliser un tableau de Karnaugh pour simplifier la fonction correspondant à n_3 . On rappelle que les X peuvent être utilisés comme des 1 ou des 0...
3. Écrire la fonction simplifiée de n_3 comme une formule de logique booléenne.
4. Si l'on avait codé l'alphabet de la façon suivante : a par 000, b par 001, c par 010, d par 011 et r par 100. Est-ce que la simplification par Karnaugh de la fonction n_3 serait différente ?
5. Dessiner le circuit correspondant à n_3 non simplifié pour les deux codages d'alphabet.
6. Dessiner le circuit correspondant à n_3 simplifié pour les deux codages d'alphabet.