

λ -calcul

β -réduire les λ -termes suivants :

1. $(\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z (y z)) (\lambda x. x) (\lambda x. x)$
2. $(\lambda u. \lambda v. - u v) v u$
3. (boucle infinie) $(\lambda x. x x) (\lambda x. x x)$

Soit l'entier 0 : $(\lambda f. \lambda x. x)$, l'entier 2 : $(\lambda f. \lambda x. f (f x))$, l'entier 3 : $(\lambda f. \lambda x. f (f (f x)))$, le booléen V : $(\lambda x. \lambda y. x)$ et le booléen F : $(\lambda x. \lambda y. y)$, β -réduire les λ -termes suivants :

1. (successeur) $(\lambda n. \lambda f. \lambda x. f (n f x)) 2$
2. (addition) $(\lambda m. \lambda n. \lambda f. \lambda x. m f (n f x)) 2 3$
3. (multiplication) $(\lambda m. \lambda n. \lambda f. \lambda x. m (n f) x) 2 3$
4. (multiplication) $(\lambda m. \lambda n. \lambda f. m (n f)) 2 3$
5. (exponentiation) $(\lambda m. \lambda n. n m) 2 3$
6. (test à zéro) $(\lambda n. \lambda x. \lambda y. n ((\lambda x. \lambda y. x) y) x) 2$
7. (test à zéro) $(\lambda n. \lambda x. \lambda y. n ((\lambda x. \lambda y. x) y) x) 0$
8. (et) $(\lambda x. \lambda y. x y F) V V$
9. (et) $(\lambda x. \lambda y. x y F) V F$
10. (et) $(\lambda x. \lambda y. x y F) F V$
11. (et) $(\lambda x. \lambda y. x y F) F F$
12. (ou) $(\lambda x. \lambda y. x V y) V V$
13. (ou) $(\lambda x. \lambda y. x V y) V F$
14. (ou) $(\lambda x. \lambda y. x V y) F V$
15. (ou) $(\lambda x. \lambda y. x V y) F F$
16. (non) $(\lambda b. \lambda x. \lambda y. b y x) V$
17. (non) $(\lambda b. \lambda x. \lambda y. b y x) F$
18. (if-then-else) $(\lambda c. \lambda t. \lambda e. c t e) V$
19. (if-then-else) $(\lambda c. \lambda t. \lambda e. c t e) F$
20. (choisir la bonne stratégie) $(\lambda x. \lambda y. x) (\lambda x. x x) ((\lambda x. x x) (\lambda x. x x))$

Calculer les types (à la Church) des expressions précédentes à l'aide des règles d'inférences suivantes :

- (Typage simple d'une variable) $x : \alpha$
- (Typage simple de l'abstraction) $\frac{x:\alpha, M:\beta}{\lambda x. M:\alpha \rightarrow \beta}$
- (Typage simple de l'application) $\frac{M:\alpha \rightarrow \beta, N:\alpha}{(M N):\beta}$