```
B := FALSE;
I := 1;
WHILE ( NOT(B) AND I<=N ) DO
    IF (T[I]>=V) THEN B := TRUE ELSE I := I+1;
```

Pré et post conditions et invariant

La post-condition que l'on cherche à obtenir est :

$$(B \wedge \forall j < I, T[j] < V \wedge T[I] \geq V) \vee (\neg B \wedge \forall j \leq N, T[j] < V)$$

La pré-condition que l'on désire est :

$$VRAI$$

L'invariant est :

$$(\forall j < I, T[j] < V) \wedge (B \rightarrow T[I] \geq V)$$

Correction partielle

Il faut montrer :
- {IN $\wedge$ CW}`IF...`{IN} donc que :
  - {IN $\wedge$ CW $\wedge$ CI}`B := TRUE`{IN}
  - {IN $\wedge$ CW $\wedge$ $\neg$CI}I := I+1{IN}
- (IN $\wedge$ $\neg$CW) $\rightarrow$ Post
- {Pré}B :=FALSE ;I :=1{Q} et que $Q \rightarrow$ IN

Premier cas

On a

$$\begin{aligned}
\text{IN} \wedge \text{CW} \wedge \text{CI} &\equiv \forall j < I, T[j] < V \wedge (B \rightarrow T[I] \geq V) \wedge \neg B \wedge I \leq N \wedge T[I] \geq V && (1)\\
&\equiv \forall j < I, T[j] < V \wedge \neg B \wedge I \leq N \wedge T[I] \geq V && (2)\\
\text{IN} \wedge \text{CW} \wedge \neg\text{CI} &\equiv \forall j < I, T[j] < V \wedge (B \rightarrow T[I] \geq V) \wedge \neg B \wedge I \leq N \wedge T[I] < V && (3)\\
&\equiv \forall j < I+1, T[j] < V \wedge \neg B \wedge I \leq N && (4)
\end{aligned}$$

Il nous suffit de montrer que $2 \rightarrow$ wp(B :=TRUE, IN) et que $4 \rightarrow$ wp(I :=I+1, IN)

$$\begin{aligned}
\text{wp(B :=TRUE, IN)} &\equiv \forall j < I, T[j] < V \wedge (TRUE \rightarrow T[I] \geq V) && (5)\\
&\equiv \forall j < I, T[j] < V \wedge T[I] \geq V && (6)\\
\text{wp(I :=I+1, IN)} &\equiv \forall j < I+1, T[j] < V \wedge (B \rightarrow T[I+1] \geq V) && (7)
\end{aligned}$$

Nous devons donc montrer que $2 \rightarrow 6$ et que $4 \rightarrow 7$.
Pour $2 \rightarrow 6$ il suffit de remarquer que $\forall x, y, (x \wedge y) \rightarrow x$.
Pour $4 \rightarrow 7$ il suffit de remarquer que $\forall x, y, \neg x \rightarrow (x \rightarrow y)$.

Deuxième cas

Nous devons montrer que :

$$(\forall j < I, T[j] < V \wedge (B \rightarrow T[I] \geq V)) \wedge (B \vee I > N) \quad \rightarrow \quad \text{Post}$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} & (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; (B \rightarrow T[I] \geq V)) \;\wedge\; (B \vee I > N) \\ \rightarrow\; & (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; (B \rightarrow T[I] \geq V)) \;\wedge\; (B \vee I > N) \;\wedge\; (B \vee \neg B) \\ \rightarrow\; & (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; (B \rightarrow T[I] \geq V)) \;\wedge\; (B \vee (B \wedge I > N) \vee (\neg B \wedge I > N)) \end{aligned}$$

On peut utiliser que $\forall x, y,\, (x \vee (x \wedge y)) \rightarrow x$ donc :

$$\begin{aligned} & (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; (B \rightarrow T[I] \geq V)) \;\wedge\; (B \vee (B \wedge I > N) \vee (\neg B \wedge I > N)) \\ \rightarrow\; & (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; (B \rightarrow T[I] \geq V)) \;\wedge\; (B \vee (\neg B \wedge I > N)) \\ \rightarrow\; & (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; (B \rightarrow T[I] \geq V) \;\wedge\; B) \;\vee\; (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; (B \rightarrow T[I] \geq V) \;\wedge\; \neg B \;\wedge\; I > N) \\ \rightarrow\; & (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; B \;\wedge\; T[I] \geq V) \;\vee\; (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; \neg B \;\wedge\; I > N) \\ \rightarrow\; & (\forall j < I,\, T[j] < V \;\wedge\; B \;\wedge\; T[I] \geq V) \;\vee\; (\forall j \leq N,\, T[j] < V \;\wedge\; \neg B) \end{aligned}$$

Troisième cas

On peut facilement remarquer que l'invariant est vérifié si $I = 1 \;\wedge\; B = FALSE$ car dans ce cas l'ensemble des élements vérifiants la condition sur le tableau est vide et l'implication est vérifiée.

Conclusion

Nous devons maintenant utiliser les règles de Hoare. Nous avons montré que $\{\text{IN} \;\wedge\; \text{CW}\}$`IF...`$\{\text{IN}\}$ nous pouvons donc affirmer que $\{\text{IN}\}$WHILE (CW) IF...$\{\text{IN} \;\wedge\; \neg\text{CW}\}$.
Puisque nous avons vérifié que $\{\text{IN} \;\wedge\; \neg\text{CW}\} \rightarrow$ Post et que $(B = FALSE \;\wedge\; I = 1) \rightarrow$ IN la correction partielle du programme a été effectuée.