

Vérification de programme

Rappel des règles d'inférence :

- (Règle d'affectation)

$$\text{wp}("x:=e"; Q(x)) \equiv Q(e)$$
- (Règle de séquentialisation)

$$\frac{Q(e)\{x:=e\}Q(x)}{\text{wp}("S_1 \text{ puis } S_2"; Q) \equiv \text{wp}("S_1"; \text{wp}("S_2"; Q))}$$
- (Règle de la condition)

$$\frac{P\{S_1\}R, R\{S_2\}Q}{P\{S_1; S_2\}Q}$$
- (Règle de l'invariant)

$$\text{wp}("if B then S_1 else S_2"; Q) \equiv [B \wedge \text{wp}(S_1; Q)] \vee [\neg B \wedge \text{wp}(S_2; Q)]$$
- (Règle de l'invariant)

$$\frac{(B \wedge P)\{S_1\}Q, (\neg B \wedge P)\{S_2\}Q}{P\{if B then S_1 else S_2\}Q}$$
- (Règle de l'invariant)

$$\text{wp}("while (B) S"; Q) \equiv \begin{cases} P_0 = \neg B \text{ et } Q \\ P_k = B \text{ et } \text{wp}(S; P_{k-1}) \end{cases}$$
- (Règle de l'invariant)

$$\frac{(I \wedge B)\{S\}I}{I\{while (B) S\}(I \wedge \neg B)}$$

Déterminer les préconditions les plus faibles pour les instructions et post-conditions suivantes :

1. ("i:=i+1"; i ≤ 1)
2. ("i:=i-a"; i ≤ 5)
3. ("i:=2*i-5t"; i ≥ π)
4. ("i:=1"; i=0)
5. ("i:=4"; i=4)
6. ("x:=y"; z=y)
7. ("i:=i+2"; j:=j-2"; i+j=0)
8. ("i:=i+1"; j:=j-1"; i*j=0)
9. ("z:=z*j"; i:=i-1"; z*jⁱ=c)
10. ("x:=2x+1"; y:=y-1"; y=3x)
11. ("if x ≥ y then z:=x else z:=y"; z=max(x,y))
12. ("if x ≥ y then z:=x else z:=y"; z=y)
13. ("if x ≥ y then z:=x else z:=y"; z=y-1)
14. ("if x ≥ y then z:=x else z:=y"; z=y+1)
15. ("a[i]:=1"; a[i]=a[j])
16. ("a[a[i]]:=i"; a[i]=i)

Prouver les énoncés suivants :

1. (Q ⇒ R) ⇒ (wp(S, Q) ⇒ wp(S, R))

Calculez les préconditions les plus faibles des programmes suivants :

1. ("while (i != n) { i++; s+=i; }"; s = $\frac{n(n+1)}{2}$)
2. ("while (n != m) { j*=i; k+=j; n++; }"; k = $\frac{i^{m+1}-1}{i-1}$ et j=i^m)
3. ("while (n != m) { i+=2; s+=n*i+k; k+=i; n++; }"; s=m³, i=2m et k=m(m+1)+1)
4. ("while (i != n) { k=-k; s+=k; i++; }"; s=0)
5. ("while (n != m) { n++; t=a+b; b=a; a=t; }"; c²-c-1=0 et c^m=a*c+b)
6. ("while (!(x%2)) { y*=2; x>>=1; }"; c=xy)
7. ("while (x != 0) { <6>; c-=y; x--; }"; c=xy)